

ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS E ÓPTICA

Exercícios

Versão 2018/2019

João M. P. Coelho

Conceitos de óptica

1. No século XVII, Galileu tentou determinar o valor da velocidade da luz. Para o efeito planeou a seguinte experiência: ele e o seu ajudante colocaram-se no topo de duas colinas separadas 1,5 km; cada um levou uma lanterna tapada, Galileu destapou a sua e o assistente a dele quando observasse essa luz; por sua vez Galileu mediu o tempo entre o destapar da sua lanterna e o observar da luz da lanterna do assistente. Sabendo que a velocidade da luz no ar é aproximadamente igual à da luz no vácuo e que esse valor é $c_0 \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, qual o intervalo de tempo que Galileu deveria ter medido?

2. Considerando as gamas de comprimentos de onda no ar (aproximadamente igual ao vácuo)

U.V. 10 nm – 0,390 μm

Visível: 0,390 μm – 0,760 μm

I.V.: 0,760 μm – 1 mm

Quais os valores equivalentes (dos limites das gamas) em frequência? E se a luz se propagar na água, como variam as frequências?

3. Considere o índice de refração do ar, ao nível do mar e a uma temperatura de 300 K, como sendo $n_{\text{ar}} = 1,00042$. Considerando a expressão

$$N = 77,6 \frac{p}{T} + 3,73 \times 10^5 \frac{e}{T^2},$$

com $N = (n - 1) \times 10^6$, $p = 1000 \text{ mbar}$ (pressão) e $e = 40 \text{ mbar}$ (pressão de vapor), que valores toma o índice de refração para $T_1 = 673 \text{ K}$, $T_2 = 473 \text{ K}$ e $T_3 = 373 \text{ K}$.

Analise a sensibilidade da variação do índice de refração com a pressão, a pressão de vapor e a temperatura.

4. Num meio de índice de refração $n = 1,336$ (humor aquoso, componente do olho humano), a que velocidade se propaga a luz?
5. Uma onda eletromagnética monocromática de frequência 10^{14} Hz propaga-se no ar, entrando num meio com índice de refração $n = 2$. Calcule a velocidade de propagação da onda no meio, a sua frequência e comprimento de onda.
- *6. Um citoplasma tem índices de refração 1,367 e 1,350 para comprimentos de onda 0,400 μm e 0,700 μm , respetivamente. Utilizando a equação de Cauchy na forma

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

Calcule A e B e determine os índices de refração para as riscas de Fraunhofer C, D e F (0,6563 μm , 0,5892 μm e 0,4860 μm , respetivamente).

Sugestão: comece por determinar B a partir da variação de n , Δn .

Elementos de óptica geométrica

Reflexão

7. Um copo com 25 cm de altura é colocado a 10 cm de um espelho plano. Caracterize a imagem resultante.
8. Descreva a imagem resultante de se colocar um objeto com 7,5 cm de altura a 20 cm de um espelho esférico côncavo com um raio de curvatura de 60 cm. Qual a potência óptica deste espelho?
- *9. Qual o resultado de, no exercício anterior, em vez de se utilizar um espelho côncavo se utilizar um convexo?
10. Um objeto a 3 m de um espelho esférico côncavo, de raio de curvatura de 6 m, é iluminado por um feixe de raios paraxiais. A que distância do espelho se formará a imagem?
11. Projete o olho de um robot usando um espelho esférico côncavo, de forma a que a imagem de um objeto com 1m de altura, a 10 m de distância preencha o 1 cm^2 que corresponde à área (quadrada) de um fotodetector. A que distância do espelho deve ser colocado o detetor?
- *12. Projete um espelho para dentista de forma que a imagem seja direita e observada pelo dentista e que quando colocado a 1,5 cm de um dente produza uma imagem do dente ampliada $2x$.
13. Um dispositivo utilizado para medir o raio de curvatura da córnea de um olho é denominado queratómetro. Para o efeito, um objeto iluminado é colocado a uma distância do olho, medindo-se então o tamanho da imagem refletida pela córnea. Se a magnificação for de 0,037 quando a distância do objeto à córnea for 100 mm, qual o raio de curvatura desta última? Qual a potência óptica equivalente?

Refração

14. Um raio luminoso incide a 15° (com a normal) sobre uma superfície de um vidro de índice de refração 1,5. Com que ângulo se refrata?
- *15. Considere um feixe laser produzindo uma onda plana monocromática incidente com um ângulo de 55° (com a normal) numa interface ar-líquido. A onda refratada é observada como transmitindo-se a 40° . Qual o índice de refração do líquido?
16. Considere um feixe laser de diâmetro desprezável emitindo uma onda plana incidente numa lâmina de faces paralelas. Se o ângulo de incidência for θ_1 , “ d ” representar a espessura da lâmina e “ n ” o seu índice de refração, determine o ângulo θ_2' com que o feixe sai da lâmina se esta estiver emersa no ar.
17. Uma onda plana monocromática a propagar-se numa fibra óptica (índice de refração 1,45) encontra a superfície interna da fibra, em contacto com o ar. Determine os ângulos que a luz toma após incidir com a superfície para os seguintes ângulos de incidência com a normal à superfície: 10° , 20° , 30° , 40° , 50° , 60° . Qual o valor exato do ângulo crítico do vidro que constitui a fibra óptica?

* Exercícios com resultados dados (anexo)

18. Uma onda plana monocromática emitida pela lanterna de um mergulhador emerge da água segundo uma direção a 30° com a normal à superfície. Considerando o índice de refração da água 1,33, e que a onda emerge para o ar, com que ângulo ela incidirá?
Em que situação a luz da lanterna não emergiria?

Prismas

19. Qual o desvio que um feixe de luz sofre ao atravessar um prisma de 2° feito de vidro de índice de refração 1,32 se nele incidir a 25° ?
20. Qual o índice de refração do material de que é feito um prisma de 45° cujo desvio mínimo foi medido como sendo 25° ?
- *21. Um prisma de 45° recebe um raio luminoso viajando no ar e incidente segundo um ângulo de 50° . Sabendo que esta é a situação de desvio mínimo:
(a) Qual o valor do desvio mínimo?
(b) Qual o valor do índice de refração de que é feito?
22. Considere um prisma feito de vidro com índice de refração 1,45, cuja secção reta é um triângulo isósceles, retângulo. Se um feixe de luz incidir perpendicular a um dos catetos, descreva o seu percurso até emergir do prisma. Que tipo de imagens fornece este tipo de prisma?
- *23. Um prisma de 60° é feito de um material de índice de refração 1,52. Qual o ângulo de incidência limite para o qual um raio de luz viajando no ar é transmitido pelo prisma (sem reflexão interna)?

Lentes

24. O raio de curvatura da córnea de um olho míope é de 6,7 mm. Considerando o seu índice de refração como sendo 1,377, qual a sua distância focal (imagem) e respetiva potência?
Se a pessoa estiver debaixo de água (índice de refração 1,333) que valores tomarão agora esses parâmetros?
- *25. Vidro com um índice de refração de 1,58 deverá ser utilizada para construir uma lente fina com a sua face posterior plana. Para uma potência óptica de +2D qual deverá ser o raio de curvatura da face anterior?
Qual será a alteração na distância focal da lente se a superfície posterior em vez de plana tiver raio de curvatura igual à face anterior (ou seja, se for uma lente equi-convexa)?
26. Uma vela com 6 cm de altura encontra-se a 10 cm de uma lente do tipo menisco negativo, delgada, feita de material de índice de refração 1,32 com raios de curvatura de 30 cm e 50 cm. Determine a localização da imagem e descreva-a detalhadamente.
27. Considere que o raio de curvatura da superfície anterior da córnea do olho humano é cerca de 7,7 mm e que o da face posterior é cerca de 6,8 mm. Se o índice de refração da córnea for 1,376 e o do humor aquoso (meio interno) for 1,336, determine a potência óptica de cada uma das faces da córnea e a potência óptica desse órgão.
28. Um projetor com uma lente de distância focal de 40 cm ilumina um slide de 4 cm. Se o ecrã onde a imagem se projeta estiver a 20 m da lente, qual o seu tamanho (da imagem)?

- *29. Que potência óptica deve de ter a lente de uma lupa para que amplie 5x todos os objetos luminosos que lhe sejam colocados a 16 cm?
30. A lente de uma câmara digital tem uma distância focal de 6 cm. Se ela estiver inicialmente focada para objetos distantes, que distância o seu sensor deve ser movido, e em que direção, para que foque um objeto a 2 m da lente?
- *31. Duas lentes positivas com distâncias focais de 30 cm e 50 cm estão separadas de 20 cm. Localize, em relação à segunda lente, a imagem de um coelho colocado no eixo central, 50 cm à frente da primeira lente.
32. Considere uma objetiva de 10 mm de distância focal e uma ocular com 25 mm de distância focal. Qual a distância entre as lentes e a magnificação se os objetos são focados a 10,5 mm da objetiva? Considere que a imagem resultante, observada (ou seja, virtual), se situa a 250 mm da ocular.
33. Uma torre com 10 m de altura é observada a 2km. Se considerar o olho humano como constituído por duas lentes finas, a córnea com +43D, e o cristalino com +19D, considerando-as emersas no ar e desprezando a distância entre elas, caracterize a imagem resultante.
34. Se uma pessoa não consegue ver nitidamente, e sem acomodação, objetos a mais de 2 m, determine que potência deve de ter uma lente de contacto para corrigir esta ametropia.
- *35. Um optometrista conclui que o ponto próximo de um hipermetrope se encontra a 125 cm de distância. Qual deve ser a potência óptica de uma lente de contacto para deslocar o ponto próximo para uma distância de 25 cm, e assim corrigir a visão do paciente? Utilize o facto de que, quando a imagem se forma no ponto próximo, o objeto é observado nitidamente.
36. Luz solar é focada a 29,6 cm da última superfície de uma lente espessa, cujos planos principais se encontram em $\delta (= h_1) = +0,2$ cm e $h_2 = -0,4$ cm. Determine a posição da imagem de uma vela colocada 49.8 cm antes da lente.
37. Uma lente biconvexa de vidro *crown*, com 4,0 cm de espessura, tem um índice de refração de 1,5 (para um comprimento de onda de 900 nm). Se os raios de curvatura forem iguais a 4,0 cm e 15 cm, calcule a distância focal e localize os pontos principais. Se colocar um écran de televisão 1 metro antes da lente, onde se forma a sua imagem real?
- *38. Duas lentes negativas, finas e no ar, com distâncias focais de -10 cm e -30 cm estão separadas de 10 cm entre si. Determine a distância focal do conjunto e a sua potência (óptica).
39. Uma lente equi-convexa tem raios de curvatura com 29 cm, é feita de um material com índice de refração 1,52 e tem 5 mm de espessura.
- (a) Compare a distância focal da lente considerada espessa com a da delgada.
- (b) Considerando que a sua espessura pode ser desprezada (i.e. a lente ser considerada delgada) e for colocada 50 cm antes de uma lente equi-côncava delgada com raios de curvatura igualmente com 29 cm, qual a potência óptica do conjunto? E se as lentes forem colocadas em contacto?

Conceitos de electromagnetismo

40. Utilizando os valores da permitividade elétrica e permeabilidade do vazio, calcule o valor da velocidade da luz no vazio (não faça aproximações).
($\epsilon_0 = 8,8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N s}^2 \text{ C}^{-2}$)
41. Considere uma onda eletromagnética plana viajando no vácuo. Se a sua frequência for $5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ e a amplitude $E_0 = 0,08 \text{ V/m}$, determine:
(a) qual o seu período e comprimento de onda;
(b) a amplitude do campo magnético (*H-Field*);
(c) a intensidade óptica (irradiância) da onda.
- *42. Uma onda eletromagnética plana de $0,550 \mu\text{m}$ de comprimento de onda viaja vácuo.
(a) Qual a frequência da onda?
(b) Determine a frequência angular e o número de onda.
(c) Se a amplitude do campo elétrico é 600 V/m , qual a amplitude do campo magnético (*H-Field*)?
(d) Como se alteram os valores anteriores se a onda considerada passar a viajar num meio com índice de refração 1,4?
- *43. Considere a constante solar, i.e. a irradiância devida à radiação solar que incide na atmosfera da Terra, como sendo $1,35 \text{ kW/m}^2$. Quais as amplitudes dos campos elétrico e magnético das ondas eletromagnéticas emitidas pelo Sol sobre a Terra?
44. Uma onda eletromagnética plana transversa (TEM) viaja num vidro de índice de refração 1,5. Se a amplitude do campo elétrico for 100 V/m , qual a sua intensidade óptica (irradiância)? E se a luz viajar na água (índice de refração 1,333)? Considere que o campo elétrico é gerado com a mesma amplitude nos dois meios.

Ondas eletromagnéticas (aproximação escalar)

45. Escreva uma expressão para uma onda plana de amplitude A e frequência ν propagando-se na direção do vetor de onda, \mathbf{k} , o qual, por sua vez, se situa entre a origem e o ponto $(4,2,1) \text{ (nm)}$. (Sugestão: 1º determine \mathbf{k} e depois faça o produto interno com \mathbf{r}).
Qual a expressão relativa à fase desta onda? E, se a luz tiver um comprimento de onda de 314 nm , qual o seu valor no ponto $(0,0,1) \text{ nm}$ no instante $t = 0 \text{ s}$?
46. Considere a seguinte tabela para os índices de refração dos meios óticos transparentes constituintes do olho humano:

<i>n</i> _{córnea}	1,3771
<i>n</i> _{humor aquoso}	1,3360
<i>n</i> _{crystalino (médio)}	1,4200
<i>n</i> _{humor vítreo}	1,3374

Determine as variações em termos de comprimento de onda, frequência e número de onda, de ondas luminosas cujos comprimentos de onda no ar são $0,390 \mu\text{m}$, $0,500 \mu\text{m}$ e $0,760 \mu\text{m}$.

* Exercícios com resultados dados (anexo)

- *47. Uma onda eletromagnética monocromática com comprimento de onda $0,632 \mu\text{m}$ no ar propaga-se na água ($n_{\text{água}} = 1,333$) até encontrar a lente de um periscópio feita de vidro com $n_{\text{vidro}}=1,420$ (no ar). Determine os números de onda equivalentes na água e no vidro.
48. Determine o raio de um círculo dentro do qual uma onda esférica de comprimento de onda 633nm , originada a uma distância de 1 m , pode ser aproximada por uma onda parabólica. Determine os respetivos ângulo máximo e o número de Fresnel.
- *49. Derive uma expressão para a irradiância I de uma onda esférica a uma distância R da sua origem (fonte pontual) em termos da potência óptica, P .
Se a fonte de luz tiver uma potência de 100 W , qual a irradiância da luz a 1 m da sua origem?

Feixes Gaussianos

50. A partir da equação de amplitude complexa Gaussiana, obtenha a expressão para obter a irradiância. Que forma toma a expressão da irradiância sobre o eixo óptico?
51. Considerando a irradiância normalizada de um feixe Gaussiano ao longo do eixo óptico, $I(0,z)/I_0$, desenhe a curva correspondente para $z_0 = 5 \text{ m}$. E se $z_0 = 2 \text{ m}$?
Para cada caso, a que distância a irradiância decresce para metade?
52. Desenhe a variação ao longo de z da largura de um feixe Gaussiano com $W_0 = 2 \text{ mm}$ e $z_0 = 5 \text{ mm}$.
53. Obtenha uma expressão para determinar a profundidade de foco considerando a região para a qual o raio do feixe se mantém dentro de um fator $\sqrt{2}$ do seu mínimo.
- *54. Se se pretender considerar uma profundidade de foco em que o feixe não sofra uma alteração superior a 5% de seu raio mínimo, qual a expressão que permite determinar esse valor?
55. Um laser de HeNe ($\lambda_0 = 0,632 \mu\text{m}$) emite um feixe Gaussiano com uma cintura de feixe de $0,4\text{mm}$, uma divergência de $0,5 \text{ mrad}$, e uma potência de 1 mW .
- (a) Se o feixe for emitido para a Lua, determine o tamanho (diâmetro) do feixe a 80 m da origem da emissão. E a 380.000 km (distância aprox. Terra-Lua)?
- (b) Qual o raio de curvatura da frente de onda para $z = 0$, $z = z_0$ e $z = 2z_0$?

Propriedades e fenómenos ondulatórios

Difracção

56. Uma fenda simples, com 0,1 mm de largura, num alvo opaco, no ar, é iluminada por ondas planas emitidas por um laser iónico de Kripton ($\lambda_0 = 0,4619 \mu\text{m}$). A observação é feita a um metro de distância; determine se o padrão de difracção resultante é ou não um padrão de difracção de campo longínquo, e calcule a largura angular do máximo central.

*57. Quando se espreita através de uma abertura de 0,75 mm para um quadro de optotipos, a acuidade visual diminui. Calcule o limite de resolução angular, considerando que este é determinado apenas por difracção; faça $\lambda_0 = 0,550 \mu\text{m}$. Compare o resultado com o valor de $1,7 \times 10^{-4}$ rad correspondente a uma pupila de 4,0 mm.

58. Luz com um comprimento de onda de $0,590 \mu\text{m}$ é utilizada para visualizar um objeto através de um microscópio. Se a abertura da objetiva tiver um diâmetro de 0,9 cm:

- Qual o ângulo que limita a resolução?
- Se fosse possível usar luz visível de qualquer comprimento de onda (entre $\sim 0,400 \mu\text{m}$ e $\sim 0,800 \mu\text{m}$) qual seria a melhor resolução angular possível para este microscópio?
- Suponha que o espaço entre o objeto e a objetiva é preenchido por água ($n = 1,33$). Que efeito é que este facto teria no poder de resolução quando a luz de comprimento de onda $0,590 \mu\text{m}$ fosse utilizada?

*59.

(a) Estime o ângulo que limita a resolução do olho humano, assumindo que ela é apenas limitada por difracção. Considere um comprimento de onda de $0,500 \mu\text{m}$ e que o diâmetro da pupila é de 2,0 mm (estimativa aproximada para uma situação diurna).

(b) Com base no resultado anterior, qual a distância mínima de separação entre dois pontos de um objeto que o olho consegue distinguir, se o objeto estiver a 25 cm (ponto próximo) do observador?

60. O diâmetro do espelho da objetiva do telescópio de Mount Palomar é de 508 cm.

- Determine o seu limite de resolução angular para um comprimento de onda de $0,550 \mu\text{m}$.
- A que distância se devem encontrar dois objetos sobre a superfície da Lua para que possam ser resolúveis por este telescópio. Considere a distância Terra-Lua como sendo $3,844 \times 10^8 \text{ m}$ e $\lambda_0 = 0,550 \mu\text{m}$.
- A que distância se devem encontrar dois objetos sobre a superfície da Lua para que possam ser resolúveis pelo olho humano? Considere que o diâmetro da pupila é igual a 4,0 mm.

Absorção

61. Uma onda eletromagnética de comprimento de onda $0,633 \mu\text{m}$ propaga-se no sangue humano. Considerando o meio como pouco absorvente, tendo índice de refração 1,4 e coeficiente de absorção $0,1 \text{ m}^{-1}$:

- Escreva as expressões para o índice de refração complexo e para a suscetibilidade complexa.
- Qual a distância percorrida pela onda para que a sua irradiância tenha 90% do seu valor inicial.

* Exercícios com resultados dados (anexo)

62. Sabendo que para destruir um tumor é necessário fornecer uma irradiância de $1,4 \text{ W/mm}^2$, que o tumor tem uma espessura de 10 mm, que o feixe de luz incidente tem um diâmetro de 2.4 mm, e que o tecido onde a onda se propaga tem coeficiente de absorção 2 m^{-1} , que potência deve ser fornecida por uma onda eletromagnética emitida a 5 mm do tumor?
Se o coeficiente de absorção do tumor for 4 m^{-1} , qual a irradiância que é absorvida por ele?
(NOTA: considere que a espessura do tumor corresponde ao percurso óptico de toda a luz no seu interior)
63. Um filtro de densidade neutra com uma espessura de 0,1 mm permite uma transmissão de 70% das ondas eletromagnéticas incidentes. Se o filtro tiver 2 mm de espessura, qual o novo valor de transmissão?
- *64. Luz visível incide num meio cujo coeficiente de absorção é $0,1 \text{ cm}^{-1}$. Determine as razões entre as irradiâncias transmitida e incidente após a luz viajar 5 cm, 10 cm, 25 cm e 50 cm.
Obtenha igualmente as razões equivalentes para a amplitude do campo elétrico.

Interferência

65. Ondas planas emitidas por um laser de rubi ($\lambda_0 = 0,6943 \text{ }\mu\text{m}$, no vermelho) propagam-se no ar e incidem em duas fendas paralelas, numa superfície opaca. O padrão de franjas é observado num alvo distante e a quarta franja encontra-se $1,0^\circ$ acima do eixo central. Estime a separação entre as fendas.
- *66. Luz solar incidente numa superfície contendo duas fendas estreitas, separadas por 0,20 mm, dá origem a um padrão de interferências sobre um alvo de papel branco a 2,0 m de distância. A que distância uma da outra se localizam as componentes violeta ($\lambda_0 = 0,400 \text{ }\mu\text{m}$) de primeira ordem e vermelha ($\lambda_0 = 0,600 \text{ }\mu\text{m}$) de segunda ordem?
67. Uma experiência de Young (duas fendas) é realizada com luz monocromática. A separação entre as fendas é de 0,50 mm, e o padrão de interferência formado num alvo a 3,30 m de distância mostra que o 1º máximo se encontra a 3,40 mm do centro do padrão. Qual é o comprimento de onda da luz incidente?
68. Um dos espelhos de um interferómetro de Michelson é deslocado e, durante o processo, 1000 pares de franjas desfilam na mira do telescópio de observação. Se o conjunto estiver a ser iluminado com luz de $0,500 \text{ }\mu\text{m}$ de comprimento de onda, qual o deslocamento do espelho?
69. Determinada luz monocromática é injetada num interferómetro de Michelson. O espelho móvel é deslocado 0,382 mm, observando-se que durante o deslocamento, 1700 pares de franjas passam através de uma posição pré-determinada num alvo onde se projeta o padrão de interferência. Determine o comprimento de onda da luz utilizada.
70. Suponha que se coloca um recipiente com 10 cm de comprimento (e com faces planas e paralelas) num dos braços de um interferómetro de Michelson, iluminado com luz de $0,600 \text{ }\mu\text{m}$ de comprimento de onda. Se o índice de refração do ar for 1,00029 e todo o ar for entretanto extraído do recipiente, quantos pares de franjas passam através de uma posição de referência?

- *71. Um interferómetro de Michelson tem um dos seus espelhos montados sobre uma mesa de translação controlada por um micrómetro. Quando o interferómetro é iluminado com luz monocromática de comprimento de onda $\lambda_0 = 0,6328 \mu\text{m}$, e o parafuso do micrómetro é rodado de uma revolução, contam-se 1581 pares de franjas a passar por uma marca de referência no plano de interferência. Qual é o passo do parafuso?

Polarização: equações de Fresnel

72. Um feixe de luz viajando no ar incide numa superfície de vidro de índice de refração 1,523 segundo um ângulo de 70° .
- (a) Qual a fração de luz incidente que é refletida?
(b) No feixe refletido, qual a razão do vetor campo elétrico relativamente ao plano perpendicular ao de incidência? E ao paralelo?
73. Um feixe a viajar no ar incide perpendicularmente a uma placa de vidro com índice de refração 1,45. Qual a percentagem da intensidade incidente que é refletida na superfície? E se, em vez de viajar no ar, a luz viajar na água (índice de refração 1,333)?
74. Um feixe de luz a viajar no ar incide perpendicular a uma placa de vidro com 10 cm de espessura, índice de refração 1,51. Se a intensidade do feixe incidente for 10 W/m^2 , qual o valor transmitido ao longo da placa?
75. Considere uma interface ar vidro ($n_{\text{vidro}} = 1,45$). Qual o valor da transmitância? Se sobre o vidro for depositada uma camada de revestimento com índice de refração 1,35, qual o valor total (revestimento + vidro) da transmitância? Despreze a absorção e considere a incidência normal.